



РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ ОБРАЗОВАНИЯ
ИНСТИТУТ СОДЕРЖАНИЯ И МЕТОДОВ ОБУЧЕНИЯ
ЦЕНТР ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ОБРАЗОВАНИЯ

Международное исследование качества математического и
естественнонаучного образования

Демонстрационный вариант

Дата проведения

	/		/ 200_
--	---	--	--------

Число Месяц

ТЕТРАДЬ

МАТЕМАТИКА 11 класс (углубленный курс)

Республика/область _____

Район _____

Город/село _____

Школа _____ класс _____

Фамилия, имя _____



International Association for the
Evaluation of Educational Achievement
© Copyright IEA, 1995, The Hague

Москва 2008

Инструкция

Вам дается 70 минут для ответа на задания, которые содержатся в этой тетради. Важно, чтобы вы приступали к каждому вопросу и постарались ответить на него как можно лучше.

Можно использовать калькулятор и математические формулы, которые приведены после инструкции.

В некоторых заданиях от вас потребуется **выбрать верный ответ** из предложенных вариантов и отметить букву, обозначающую тот ответ, который вы считаете верным, как это сделано в примере 1.

Пример 1

Пример 1

Какова формула площади круга?

- (A) $S = 2\pi r$
- (B) $S = \pi r^2$
- (C) $S = 4\pi r^2$
- (D) $S = \frac{4}{3}\pi r^3$

Если вы не уверены в том, как ответить на вопрос, то выберите из предложенных вариантов тот ответ, который, как вы думаете, скорее всего, является верным.

Если вы хотите изменить данный вами ответ, зачеркните его и отметьте тот ответ, который вы считаете верным, как это сделано в примере 2.

Пример 2

Пример 2

Какова формула площади круга?

- (A) $S = 2\pi r$
- (B) $S = \pi r^2$
- (C) $S = 4\pi r^2$
- (D) $S = \frac{4}{3}\pi r^3$

Инструкция (продолжение)

В других заданиях от вас потребуется записать краткий ответ на отведенном для него месте. В некоторых заданиях вас попросят «привести ваше решение». К этим заданиям вы должны записать полное объяснение или все шаги решения, которые вы сделали для получения ответа (см. пример 3).

Пример 3

Найдите координаты точек пересечения графиков функций $f(x) = x + 2$ и $g(x) = x^2$.

Приведите ваше решение.

$$x^2 = x + 2$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x - 2)(x + 1) = 0$$

$$x = 2 \text{ или } x = -1$$

$$y = x + 2$$

$$y = (2) + 2$$

$$y = 4$$

$$(2; 4)$$

$$y = x + 2$$

$$y = (-1) + 2$$

$$y = 1$$

$$(-1; 1)$$

Пример 3

Если при выполнении подобного задания вы использовали калькулятор, вы все равно должны описать шаги, сделанные для получения ответа. Приведенная ниже запись иллюстрирует возможный вариант объяснения использования калькулятора в примере 3.

Используя уравнения прямой и параболы, я использовал графический калькулятор, чтобы найти точки пересечения графиков.
Точки пересечения: $(2; 4)$ и $(-1; 1)$.

Пример 3

Математические обозначения

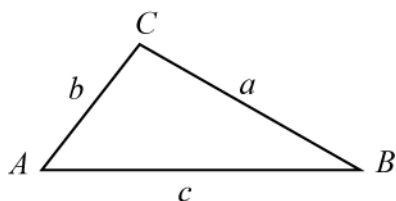
Вектор: \vec{r} или \overrightarrow{AB}

Длина вектора: $|\vec{r}|$ или $|\overrightarrow{AB}|$

$$i = \sqrt{-1}$$

Некоторые математические формулы

Треугольники



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

(R – радиус описанной окружности)

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Логарифмы

Если $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$ и $b \neq 1$, $c \neq 1$, то

$$\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$$

Формула Муавра

$$(\cos \varphi + i \sin \varphi)^n = \cos n\varphi + i \sin n\varphi$$

Прогрессии

Если a_n – n -й член арифметической прогрессии с первым членом a_1 и разностью d , то
 $a_n = a_1 + d(n-1)$.

Если S_n – сумма первых n членов арифметической прогрессии, то
 $S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$.

Если b_n – n -й член геометрической прогрессии с первым членом b_1 и знаменателем q , то $b_n = b_1 q^{n-1}$.

Если S – сумма бесконечной убывающей геометрической прогрессии с первым членом b_1 и знаменателем q , где $|q| < 1$, то $S = \frac{b_1}{1-q}$.

(продолжение на следующей странице)

Некоторые математические формулы (продолжение)

Длина, площадь и объем

Если d – расстояние между точками $(x_1; y_1)$, то

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$S_{\text{бок}} = 2\pi rh$ – площадь боковой поверхности цилиндра

$S_{\text{бок}} = \pi rl = \pi r\sqrt{r^2 + h^2}$ – площадь боковой поверхности конуса

$S_{\text{сферы}} = 4\pi R^2$ – площадь поверхности сферы

$$V_{\text{цилиндра}} = \pi r^2 h$$

$$V_{\text{конуса}} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$V_{\text{шара}} = \frac{4}{3} \pi R^3$$

Векторы

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \varphi$$

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \varphi$$

Правила вычисления производной

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$



Не переворачивайте эту страницу и не начинайте выполнять задания, пока вам не скажут об этом.

1. Пусть $\log_b 2 = \frac{1}{3}$. Чему равен $\log_b 32$?

(A) 2

(B) 5

(C) $-\frac{3}{5}$

(D) $\frac{5}{3}$

(E) $\frac{3}{\log_2 32}$

2. Распад радиоактивного элемента происходит в соответствии с законом

$$y = y_0 e^{-kt},$$

где y – масса элемента после t дней, y_0 – значение y при $t = 0$.

Определите постоянную k для элемента, у которого период полураспада (время, за которое распадается половина массы) равен 4 дням.

(A) $\frac{1}{4} \ln 2$

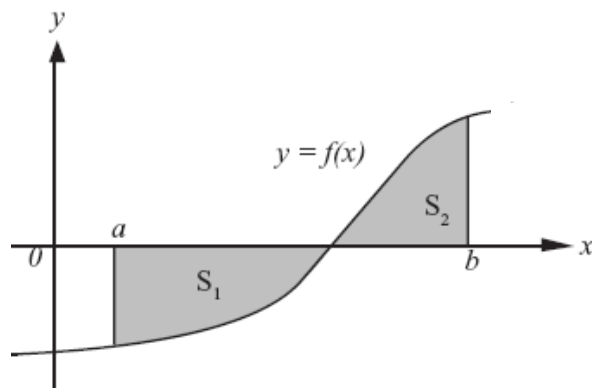
(B) $\ln \frac{1}{2}$

(C) $\log_2 e$

(D) $(\ln 2)^{\frac{1}{4}}$

(E) $2e^4$

3. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$.



S_1 – площадь фигуры, заключённой между осью Ox , прямой $x = a$ и графиком функции $y = f(x)$.

S_2 – площадь фигуры, заключённой между осью Ox , прямой $x = b$ и графиком функции $y = f(x)$,

где $a < b$ и $0 < S_1 < S_2$.

Вычислите $\int_a^b f(x)dx$.

- (A) $S_1 + S_2$
- (B) $S_1 - S_2$
- (C) $S_2 - S_1$
- (D) $|S_1 - S_2|$
- (E) $\frac{1}{2}(S_1 + S_2)$

4. На координатной плоскости заданы три точки:

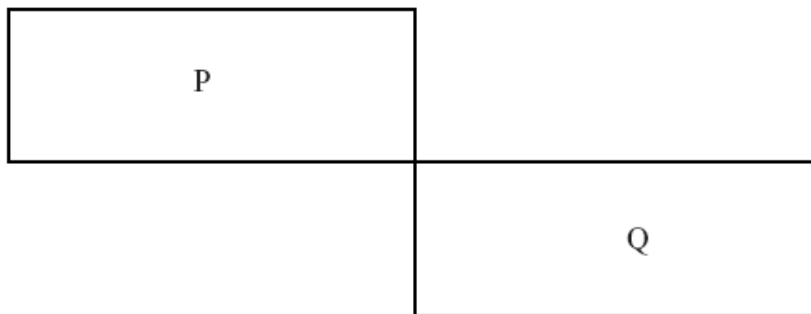
$Q(-3; -1)$, $R(-2; 3)$, $S(1; -3)$.

Четвёртая точка T удовлетворяет условию $\overrightarrow{ST} = 2\overrightarrow{QR}$.

Ордината точки T равна

- (A) -11
- (B) -7
- (C) -1
- (D) 1
- (E) 5

5. Прямоугольник Q НЕ МОЖЕТ быть получен из прямоугольника P с помощью



- (A) симметрии относительно прямой, лежащей в плоскости рисунка
- (B) поворота в плоскости рисунка
- (C) параллельного переноса
- (D) последовательного применения параллельного переноса и осевой симметрии

-
6. При каких действительных значения k приведённое ниже уравнение задаёт окружность радиуса 3?

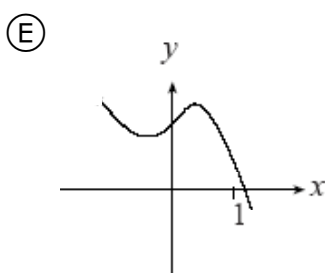
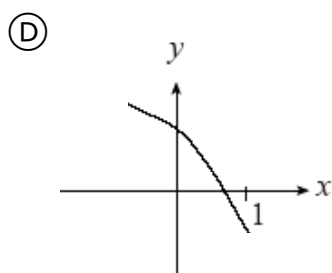
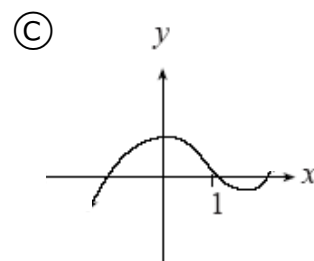
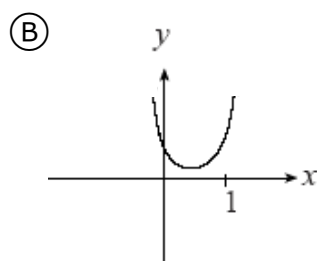
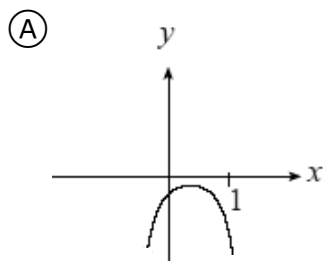
$$x^2 + y^2 + 2x - 4y + k = 0$$

Запишите решение.

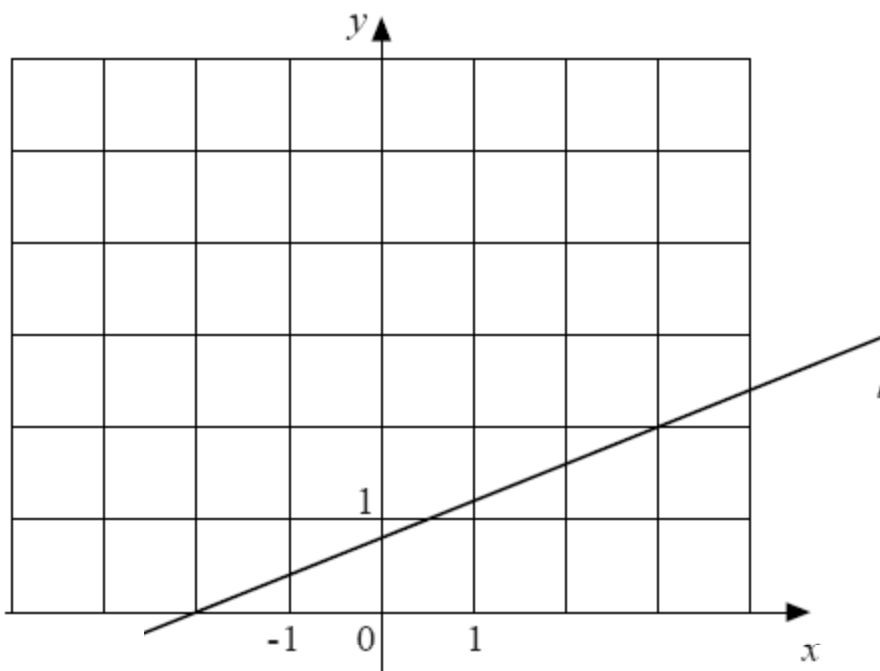
-
7. Ускорение прямолинейного движения можно определить по

- Ⓐ угловому коэффициенту графика зависимости расстояния от времени
- Ⓑ площади под графиком зависимости расстояния от времени
- Ⓒ угловому коэффициенту графика зависимости скорости от времени
- Ⓓ площади под графиком зависимости скорости от времени

8. На каком из рисунков изображен график функции $y = f(x)$, обладающей следующими свойствами: $f'(0) > 0$, $f'(1) < 0$ и $f''(x)$ всегда отрицательна?



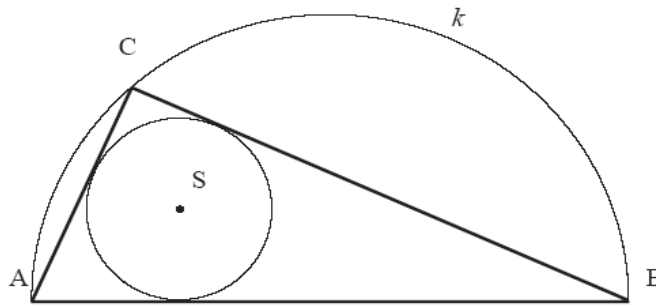
9. Прямая l на рисунке является графиком функции $y = f(x)$.



Вычислите $\int_{-2}^3 f(x)dx$.

- (A) 3
- (B) 4
- (C) 4,5
- (D) 5
- (E) 5,5

10.



AB – диаметр полуокружности k , C – произвольная точка этой полуокружности (отличная от точек A и B) и S – центр окружности, вписанной в треугольник ABC .

Какое из следующих утверждений верно?

- Ⓐ При движении точки C по полуокружности k величина угла ASB изменяется.
- Ⓑ Величина угла ASB одна и та же при любом положении точки C на полуокружности k , но определить эту величину невозможно, если не известен радиус полуокружности.
- Ⓒ Угол ASB равен 135° для любой точки C полуокружности k .
- Ⓓ Угол ASB равен 150° для любой точки C полуокружности k .

-
11. Число бактерий в колонии увеличивается по экспоненциальному закону. В 13 часов дня в колонии была 1000 бактерий, в 15 часов дня их стало 4000.

Сколько бактерий будет в колонии в 18 часов этого же дня?

Запишите решение.

-
12. На цилиндрический стержень в 4 витка намотан симметрично кусок веревки, как показано на рисунке. Длина окружности основания стержня 4 см, длина стержня 12 см.



Найдите длину этой веревки.

Запишите ваше решение.

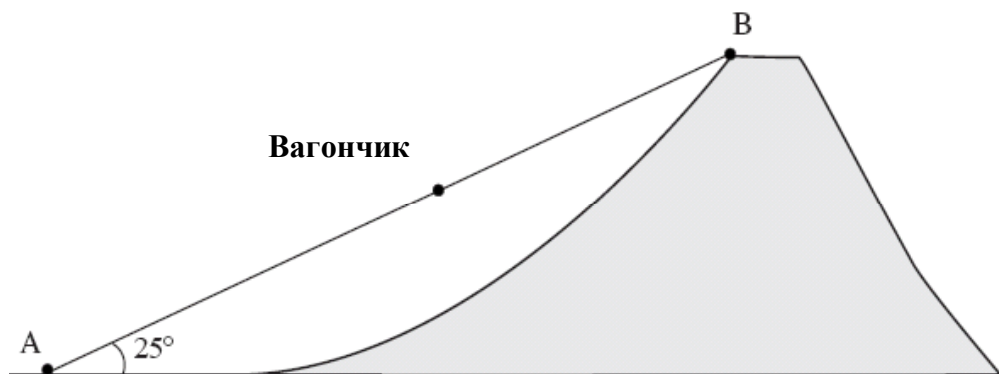
13. Найдите все комплексные числа z , удовлетворяющие равенству

$$z + 2\bar{z} = 3 + i,$$

где \bar{z} – комплексное число, сопряженное z .

Ответ: _____

14. Вагончик канатной дороги движется со средней скоростью 2 м/с по прямой, составляющей с поверхностью земли угол в 25° . Подъем от станции А до станции В занимает 16 минут.



Вычислите с точностью до метров высоту горы относительно уровня станции А. Запишите решение.

-
15. График функции g проходит через точку $(1; 2)$. Угловым коэффициентом касательной к графику в любой его точке $(x; y)$ равен $g'(x) = 6x - 12$. Найдите $g(x)$. Запишите решение.

16. Сестры Смит сделали приведенные ниже утверждения. Если Вера сказала правду, то кто еще из сестер наверняка сказал правду?

Люси: «Если плед находится в машине, то он не в гараже».

Салли: «Если плед не находится в машине, то он в гараже».

Вера: «Если плед находится в гараже, то он в машине».

Шерри: «Если плед не находится в машине, то он не в гараже».

- Ⓐ Люси
- Ⓑ Салли
- Ⓒ Шерри
- Ⓓ Никто из остальных сестер не сказал правду.

17. Контрольная работа включает 13 вопросов. Ученик должен ответить только на один из двух первых вопросов и только на 9 из остальных вопросов. Сколько вариантов выбора вопросов имеется у ученика?

- Ⓐ $C_{13}^{10} = 286$
- Ⓑ $C_{11}^8 = 165$
- Ⓒ $2C_{11}^9 = 110$
- Ⓓ $2A_{11}^2 = 220$
- Ⓔ некоторое другое число

18. Сколькими способами можно поставить на полке 5 толстых книг, 4 книги средней толщины и 3 тонких книги таким образом, чтобы книги одной и той же толщины стояли рядом?

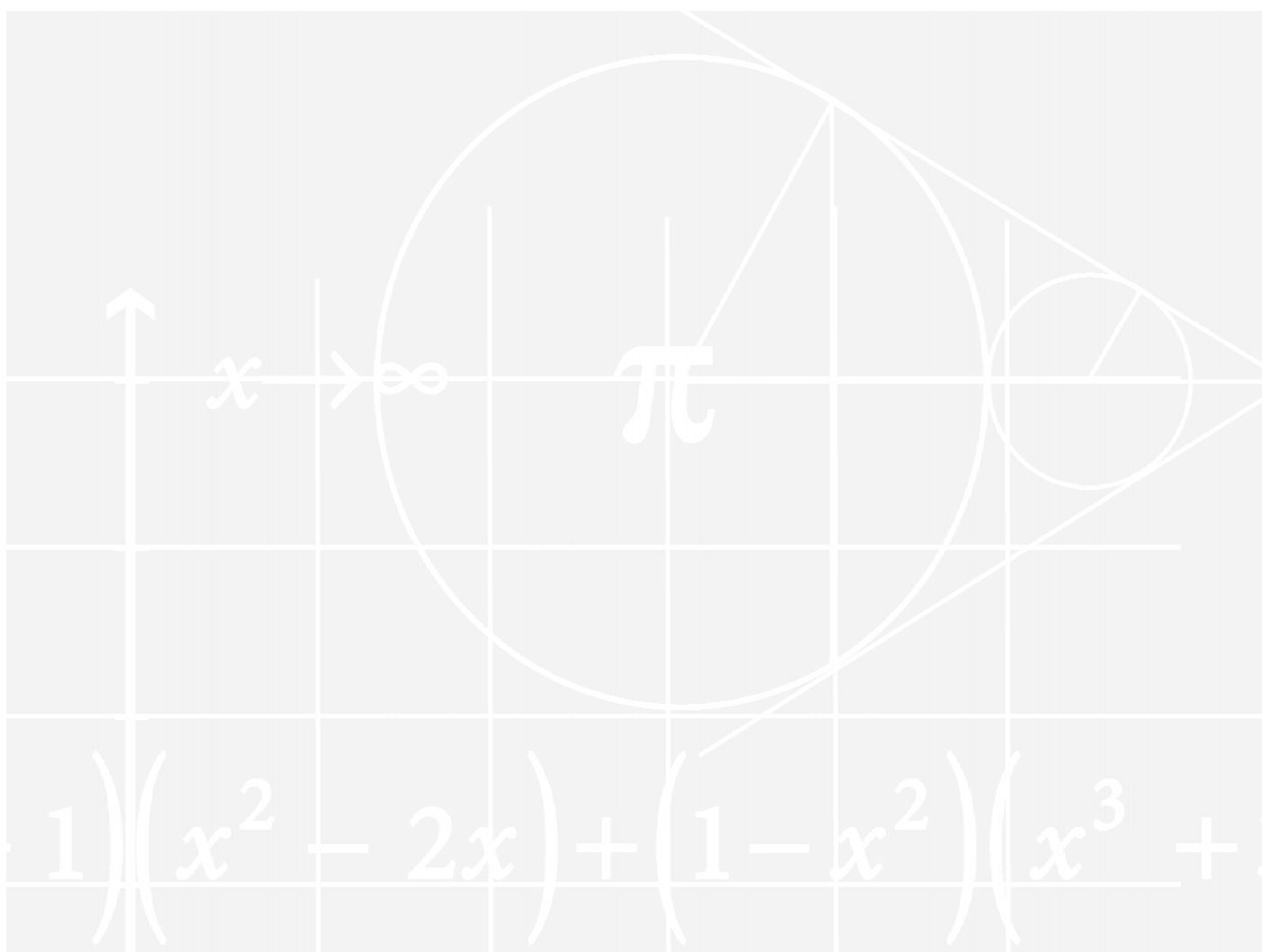
(A) $5! 4! 3! 3! = 103\,680$

(B) $5! 4! 3! = 17\,280$

(C) $(5! 4! 3!) \cdot 3 = 51\,840$

(D) $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3 = 180$

(E) $2^{12} \cdot 3 = 12\,288$



Российская академия образования
Институт содержания и методов обучения
Центр оценки качества образования
119435 Москва, ул. Погодинская, д.8
тел./факс: (495) 246-24-21
e-mail: centeroko@mail.ru
<http://www.centeroko.ru>